

Краевая олимпиада по математике для пятых классов «Пять с плюсом — 2026»  
Решения

**1.1** В четырёх модулях орбитальной станции имеются следующие запасы кислорода: 1, 4, 6 и 9 баллонов. Из-за поломки системы подачи воздуха обеспечивать управление можно только вручную, перевозя баллоны между модулями. Какое наименьшее число баллонов нужно переместить, чтобы уровень кислорода выровнялся во всех модулях?

Ответ: 5

Решение:

В каждом модуле должно быть по  $\frac{1+4+6+9}{4} = 5$  баллонов. Тогда из четвертого модуля нужно переместить  $9 - 5 = 4$  баллона, из третьего:  $6 - 5 = 1$  баллон, а всего – 5. Из четвертого модуля можно перенести 4 баллона в первый, а из третьего – 1 баллон во второй. Тогда в каждом модуле будет по 5 баллонов.

**1.2** В четырёх модулях орбитальной станции имеются следующие запасы кислорода 2, 5, 9 и 12 баллонов. Из-за поломки системы подачи воздуха обеспечивать управление можно только вручную, перевозя баллоны между модулями. Какое наименьшее число баллонов нужно переместить, чтобы уровень кислорода выровнялся во всех модулях?

Ответ: 7

**1.3** В четырёх модулях орбитальной станции имеются следующие запасы кислорода: 1, 3, 9 и 11 баллонов. Из-за поломки системы подачи воздуха обеспечивать управление можно только вручную, перевозя баллоны между модулями. Какое наименьшее число баллонов нужно переместить, чтобы уровень кислорода выровнялся во всех модулях?

Ответ: 8

**1.4** В четырёх модулях орбитальной станции имеются следующие запасы кислорода 2, 4, 8 и 10 баллонов. Из-за поломки системы подачи воздуха обеспечивать управление можно только вручную, перевозя баллоны между модулями. Какое наименьшее число баллонов нужно переместить, чтобы уровень кислорода выровнялся во всех модулях?

Ответ: 6

**2.1** Почтальон Печкин отправился из деревни Простоквашино в город, чтобы доставить посылку. Расстояние между Простоквашино и городом – 48 километров. По пути он решил сначала заехать к коту Матроскину, а затем к псу Шарик. Дорога прямая, и все пункты расположены в порядке: Простоквашино, дом Матроскина, вигвам Шарика, город.

Известно, что расстояние от Простоквашино до вигвама Шарика в 6 раз больше, чем от Простоквашино до дома Матроскина, а расстояние от вигвама Шарика до города в 3 раза меньше, чем от Простоквашино до вигвама Шарика.

Сколько километров придется проехать Печкину от дома Матроскина до города?

Ответ: 42

Решение:

Расстояние от Простоквашино до города составляет 48 км. Обозначим расстояние от Простоквашино до дома Матроскина за  $x$ . Тогда, расстояние от Простоквашино до вигвама Шарика:  $6x$ . Расстояние от вигвама Шарика до города:  $\frac{1}{3} \cdot 6x = 2x$ . Расстояние от Простоквашино до города равно сумме отрезков:

$x + (6x - x) + 2x = 8x = 48$ , откуда  $x = 6$  км. Расстояние от дома Матроскина до города:  $(6x - x) + 2x = 5x + 2x = 7x = 7 \cdot 6 = 42$  км.

**2.2** Почтальон Печкин отправился из деревни Простоквашино в город, чтобы доставить посылку. Расстояние между Простоквашино и городом – 56 километров. По пути он решил сначала заехать к коту Матроскину, а затем к псу Шарик. Дорога прямая, и все пункты расположены в порядке: Простоквашино, дом Матроскина, вигвам Шарика, город.

Известно, что расстояние от Простоквашино до вигвама Шарика в 6 раз больше, чем от Простоквашино до дома Матроскина, а расстояние от вигвама Шарика до города в 3 раза меньше, чем от Простоквашино до вигвама Шарика.

Сколько километров придется проехать Печкину от дома Матроскина до города?

Ответ: 49

**2.3** Почтальон Печкин отправился из деревни Простоквашино в город, чтобы доставить посылку. Расстояние между Простоквашино и городом – 50 километров. По пути он решил сначала заехать к коту Матроскину, а затем к псу Шарик. Дорога прямая, и все пункты расположены в порядке: Простоквашино, дом Матроскина, вигвам Шарик, город.

Известно, что расстояние от Простоквашино до вигвама Шарика в 8 раз больше, чем от Простоквашино до дома Матроскина, а расстояние от вигвама Шарика до города в 4 раза меньше, чем от Простоквашино до вигвама Шарика.

Сколько километров придется проехать Печкину от дома Матроскина до города?

Ответ: 45

**3.1** В летнем лагере три неразлучных друга – Саша, Паша и Маша – решили устроить турнир по настольному теннису. Они играли только друг с другом: стол был только один, поэтому одновременно могли играть только двое из них. Вечером вожатый подвёл итоги:

- У Саши оказалось 2 победы, 2 поражения и 2 ничьи;
- У Паши – 2 победы, 4 поражения и 1 ничья;
- У Маши – 1 поражение.

Сколько побед у Маши?

Ответ: 3

Решение:

Так как у Саши, Паши и Маши всего 7 поражений, а побед у Саши и Паши всего 4, то побед у Маши  $7 - 4 = 3$ . Заметим, что такое могло быть, если, например, Паша дважды обыграл Сашу, Саша один раз выиграл у Паши и один раз – у Маши, а Маша три раза обыграла Пашу.

**3.2** В летнем лагере три неразлучных друга Саша, Паша и Маша решили устроить турнир по настольному теннису. Они играли только друг с другом: стол был только один, поэтому одновременно могли играть только двое из них. Вечером вожатый подвёл итоги:

- У Саши оказалось 2 победы, 2 поражения и 2 ничьи;
- У Маши – 3 победы, 1 ничья, 1 поражение;
- У Паши – 2 победы.

Сколько у Паши поражений?

Ответ: 4

**3.3** В летнем лагере три неразлучных друга Саша, Паша и Маша решили устроить турнир по настольному теннису. Они играли только друг с другом:

стол был только один, поэтому одновременно могли играть только двое из них. Вечером вожатый подвёл итоги:

- У Саши оказалось 2 победы, 3 поражения и 2 ничьи;
- У Паши – 2 победы, 5 поражений и 1 ничья;
- У Маши – 1 поражение.

Сколько побед у Маши?

Ответ: 5

**4.1** В волшебной стране живут 100 гномов. Они умеют добывать золото, серебро и медь. 30 гномов умеют добывать золото, 28 – серебро, 42 – медь. 8 гномов умеют добывать и золото, и серебро, 10 – и серебро, и медь, 5 – и золото, и медь, а 3 – все три. Сколько гномов не умеют добывать ни один из этих металлов?

Ответ: 20

Решение:

Так как золото и медь добывают пять гномов, а все три металла – три гнома, то  $5 - 3 = 2$  гнома добывают только золото и медь. Аналогично, только золото и серебро добывают  $8 - 3 = 5$  гномов, только серебро и медь добывают  $10 - 3 = 7$  гномов. Тогда, только золото добывают  $30 - 5 - 3 - 2 = 20$  гномов, только серебро добывают  $28 - 5 - 3 - 7 = 13$  гномов, только медь добывают  $42 - 7 - 3 - 2 = 30$  гномов, а всего на добыче трудятся  $20 + 13 + 30 + 5 + 2 + 7 + 3 = 80$  гномов, а  $100 - 80 = 20$  этим не занимаются.

**4.2** В волшебной стране живут 100 гномов. Они умеют добывать золото, серебро и медь. 30 гномов умеют добывать золото, 28 – серебро, 42 – медь. 8 гномов умеют добывать и золото, и серебро, 10 – и серебро, и медь, 5 – и золото, и медь, а 3 – все три. Сколько гномов умеют добывать только серебро?

Ответ: 13

**4.3** В волшебной стране живут 100 гномов. Они умеют добывать золото, серебро и медь. 30 гномов умеют добывать золото, 28 – серебро, 42 – медь. 8 гномов умеют добывать и золото, и серебро, 10 – и серебро, и медь, 5 – и золото, и медь, а 3 – все три. Сколько гномов умеют добывать только медь?

Ответ: 30

**5.1** Часы сломались: их стрелки начали двигаться с неправильной скоростью. Часовая стала бегать быстро, как минутная, а минутная – медленно, как часовая. Ровно через 8 часов после поломки хозяин взглянул на часы и увидел: часовая стрелка находится между цифрами 1 и 2, а минутная стоит точно на 3. Какое время показывали часы, когда сломались?

Ответ: 1:35

Решение:

За каждый из восьми часов минутная стрелка проходила ровно одно деление из 12, значит, она показывала на 7, то есть было 35 минут. Часовая за каждый час проходила полный оборот, значит, за восемь часов до поломки она находилась на том же месте. Таким образом, часы показывали 1 час 35 минут.

**5.2** Часы сломались: их стрелки начали двигаться с неправильной скоростью. Часовая стала бегать быстро, как минутная, а минутная – медленно, как часовая. Ровно через 7 часов после поломки хозяин взглянул на часы и увидел: часовая стрелка находится между цифрами 1 и 2, а минутная стоит точно на 5. Какое время показывали часы, когда сломались?

Ответ: 1:50

**5.3** Часы сломались: их стрелки начали двигаться с неправильной скоростью. Часовая стала бегать быстро, как минутная, а минутная – медленно, как часовая. Ровно через 8 часов после поломки хозяин взглянул на часы и увидел: часовая стрелка находится между цифрами 2 и 3, а минутная стоит точно на 5. Какое время показывали часы, когда сломались?

Ответ: 2:45

**5.4** Часы сломались: их стрелки начали двигаться с неправильной скоростью. Часовая стала бегать быстро, как минутная, а минутная – медленно, как часовая. Ровно через 8 часов после поломки хозяин взглянул на часы и увидел: часовая стрелка находится между цифрами 2 и 3, а минутная стоит точно на 4. Какое время показывали часы, когда сломались?

Ответ: 2:40

**6.1** Девять космонавтов на станции получили 5 контейнеров с питательными батончиками. В каждом контейнере либо 6, либо 8 батончиков. Космонавты разделили все батончики поровну, и ничего не осталось. Сколько батончиков получил каждый?

Ответ: 4

Решение:

Так как девять космонавтов разделили батончики поровну, то общее количество батончиков делится на 9. Если во всех контейнерах было по 8 батончиков, тогда всего батончиков было  $5 \cdot 8 = 40$ , что не делится на 9. Если был один контейнер с 6 батончиками и четыре контейнера с 8 батончиками, то всего батончиков было  $6 + 4 \cdot 8 = 38$ , что тоже не делится на 9. Два контейнера по 6 батончиков и три – по 8:  $12 + 24 = 36$  – делится на 9 и тогда каждому космонавту достанется по 4 батончика. Три контейнера по 6 и два по 8: 34 батончика, что не подходит. Четыре контейнера по 6 и один по 8: 32 батончика, не подходит. Все контейнеры по 6: 30 батончиков, тоже не подходит. Таким образом, подходит только вариант, в котором два контейнера по 6 батончиков и три – по 8, а каждому космонавту достается по 4 батончика.

**6.2** Тринадцать космонавтов на станции получили 5 контейнеров с питательными батончиками. В каждом контейнере либо 6, либо 9 батончиков. Космонавты разделили все батончики поровну, и ничего не осталось. Сколько батончиков получил каждый?

Ответ: 3

**6.3** Семь космонавтов на станции получили 5 контейнеров с питательными батончиками. В каждом контейнере либо 6, либо 9 батончиков. Космонавты разделили все батончики поровну, и ничего не осталось. Сколько батончиков получил каждый?

Ответ: 6

**6.4** Одиннадцать космонавтов на станции получили 5 контейнеров с питательными батончиками. В каждом контейнере либо 6, либо 9 батончиков. Космонавты разделили все батончики поровну, и ничего не осталось. Сколько батончиков получил каждый?

Ответ: 3

**7.1** Три знаменитых повара – Реми, Тиана и господин Пинг – участвуют в гастрономическом шоу «Лучший шеф сказочного королевства».

Каждый из них виртуозно владеет двумя кулинарными техниками из шести: жарка, варка, запекание, маринование, копчение и приготовление на пару. Никакие двое не владеют одной и той же техникой. Чтобы распределить участников по конкурсным этапам, жюри выяснило следующее:

- Реми – самый маленький ростом среди троих;
- Повар, который лучше всех владеет жаркой, немного выше ростом, чем мастер варки;
- Тиана и те двое, кто специализируется на жарке и варке, часто собираются вместе за чашечкой чая;
- Когда между мастером запекания и мастером копчения возникает спор о рецептах, господин Пинг призывает их к компромиссу;
- Тиана призналась, что никогда не использует копчение и приготовление на пару.

Помогите жюри выяснить, какими именно двумя техниками владеет каждый из поваров.

Ответ: Реми – варка и копчение; Тиана – запекание и маринование; Пинг – жарка и приготовление на пару.

Решение:

Так как повар, который лучше всех владеет жаркой, немного выше ростом, чем мастер варки, то Реми (самый маленький) не владеет жаркой, и мастера жарки и варки – разные герои.

Из третьего условия следует, что Тиана не владеет жаркой и варкой, тогда Варкой владеет Реми, а мастер жарки – Пинг.

Из четвертого условия следует, что Пинг не мастер запекания и копчения, и мастера запекания и копчения – разные герои. Тиана тоже не использует копчение (пятое условие), значит, копчение использует Реми, а запекание и маринование – Тиана. Тогда на пару готовит Пинг.

**7.2** Три знаменитых богатыря – Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович – участвуют в праздничных состязаниях на ярмарке. Каждый из них показывает мастерство в двух видах богатырских умений из шести: борьбе, стрельбе из лука, верховой езде, плавании, метании копья, кузнечном деле. Никакие двое не владеют одним и тем же искусством.

Вот что известно о богатырях:

- Илья Муромец – самый высокий.

- Тот, кто лучше всех борется, немного ниже ростом, чем лучший стрелок из лука.
- Добрыня Никитич и те двое, кто владеет борьбой и стрельбой, очень любят гречневую кашу и часто едят её вместе после состязаний.
- Когда между мастером кузнечного дела и мастером плавания возникает спор о том, что важнее – меч или вода, Алёша Попович всегда мирит их.
- Добрыня Никитич признался, что кузнечное дело и метание копья ему не даются – он больше любит книжки читать да сражаться мечом.

Помогите определить, какими именно двумя умениями владеет каждый богатырь.

Ответ: Илья Муромец – стрельба из лука и кузнечное дело; Добрыня Никитич – верховая езда и плавание; Алёша Попович – борьба и копье.

**8.1** В тренинге авиакомпании участвуют 25 сотрудников: часть из них – диспетчеры, остальные – пилоты. Каждый диспетчер установил связь с некоторыми пилотами (у диспетчера может быть не установлена связь ни с одним пилотом). Известно, что для любых двух диспетчеров количество пилотов, с которыми у них есть связь, различно. Какое максимальное число диспетчеров может участвовать в тренинге?

Ответ: 13

Решение:

Если командиров 13, то количество пилотов из этой экспедиции, с которыми есть связь, может быть любым целым числом от 0 до 12 (13 различных вариантов), что соответствует условию. Если же командиров будет больше 13 (хотя бы 14), то пилотов в экспедиции будет не больше 11, а значит, различных вариантов количества пилотов, с которыми есть связь, будет не больше, чем 12 (от 0 до 11). Поэтому, хотя бы у двух командиров окажется одно и то же количество пилотов на связи, что противоречит условию.

**8.2** В тренинге авиакомпании участвуют 27 сотрудников: часть из них – диспетчеры, остальные – пилоты. Каждый диспетчер установил связь с некоторыми пилотами (у диспетчера может быть не установлена связь ни с одним пилотом). Известно, что для любых двух диспетчеров количество пилотов, с которыми у них есть связь, различно. Какое максимальное число диспетчеров может участвовать в тренинге?

Ответ: 14

**8.3** В тренинге авиакомпании участвуют 29 сотрудников: часть из них – диспетчеры, остальные – пилоты. Каждый диспетчер установил связь

с некоторыми пилотами (у диспетчера может быть не установлена связь ни с одним пилотом). Известно, что для любых двух диспетчеров количество пилотов, с которыми у них есть связь, различно. Какое максимальное число диспетчеров может участвовать в тренинге?

Ответ: 15

**8.4** В тренинге авиакомпании участвует 31 сотрудник: часть из них – диспетчеры, остальные – пилоты. Каждый диспетчер установил связь с некоторыми пилотами (у диспетчера может быть не установлена связь ни с одним пилотом). Известно, что для любых двух диспетчеров количество пилотов, с которыми у них есть связь, различно. Какое максимальное число диспетчеров может участвовать в тренинге?

Ответ: 16