

Разбор заданий дистанционного тура Краевой олимпиады по математике
«Пять с плюсом»

5 класс

2024/25 учебный год

Каждая задача оценивалась в 1 балл.

Задача №1.1

Волшебное дерево в саду Алисы плодоносит удивительными фруктами. Каждый спелый фрукт, который она срывает, мгновенно превращается в 5 новых фруктов. Изначально на дереве был 1 фрукт. Сколько их будет на дереве после того, как Алиса 30 раз сорвет по одному плоду?

Ответ: 121

Решение: На месте каждого сорванного фрукта образуется пять, т.е. количество фруктов увеличивается на 4, тогда за 30 сборов количество фруктов увеличится на $30 \cdot 4 = 120$ и станет равно 121.

Задача №1.2

Волшебное дерево в саду Алисы плодоносит удивительными фруктами. Каждый спелый фрукт, который она срывает, мгновенно превращается в 5 новых фруктов. Изначально на дереве был 1 фрукт. Сколько их будет на дереве после того, как Алиса 40 раз сорвет по одному плоду?

Ответ: 161

Задача №1.3

Волшебное дерево в саду Алисы плодоносит удивительными фруктами. Каждый спелый фрукт, который она срывает, мгновенно превращается в 5 новых фруктов. Изначально на дереве был 1 фрукт. Сколько их будет на дереве после того, как Алиса 35 раз сорвет по одному плоду?

Ответ: 141

Задача №1.4

Волшебное дерево в саду Алисы плодоносит удивительными фруктами. Каждый спелый фрукт, который она срывает, мгновенно превращается в 5 новых фруктов. Изначально на дереве был 1 фрукт. Сколько их будет на дереве после того, как Алиса 25 раз сорвет по одному плоду?

Ответ: 101

Задача №2.1

На лесной опушке лиса, ёжики мышка нашли грядку с 15 спелыми грибами. Лиса взяла себе в 3 раза больше грибов, чем ёжик, а мышка — в 3 раза меньше, чем ёжик. Сколько грибов осталось на опушке?

Ответ: 2

Решение: Так как ёжик взял в три раза больше грибов, чем мышка, а лиса – в три раза больше, чем ёжик, то лиса взяла в 9 раз больше грибов, чем мышка. Если бы мышка взяла 2 гриба или больше, то лиса взяла бы 18 или больше грибов, что невозможно. Значит, мышка взяла 1 гриб, ёжик – 3 гриба, а лиса – 9 грибов. Тогда на опушке осталось $15 - 1 - 3 - 9 = 2$ гриба.

Задача №2.2

На лесной опушке лиса, ёжики мышка нашли грядку с 16 спелыми грибами. Лиса взяла себе в 3 раза больше грибов, чем ёжик, а мышка — в 3 раза меньше, чем ёжик. Сколько грибов осталось на опушке?

Ответ: 3

Задача №2.3

На лесной опушке лиса, ёжики мышка нашли грядку с 17 спелыми грибами. Лиса взяла себе в 3 раза больше грибов, чем ёжик, а мышка — в 3 раза меньше, чем ёжик. Сколько грибов осталось на опушке?

Ответ: 4

Задача №2.4

На лесной опушке лиса, ёжики мышка нашли грядку с 18 спелыми грибами. Лиса взяла себе в 3 раза больше грибов, чем ёжик, а мышка — в 3 раза меньше, чем ёжик. Сколько грибов осталось на грядке?

Ответ: 5

Задача №3.1

В магическом лесу растут восемь древних кристаллов, выстроенных в линию. Первый кристалл светится с силой 5 единиц, а последний — 8 единиц. Чтобы защитить лес от темных сил, необходимо активировать остальные кристаллы так, чтобы сумма энергии любых трех соседних кристаллов равнялась 20 единицам. С какой силой должен светиться каждый из скрытых (неактивированных) кристаллов.

Ряд кристаллов: 5, ?, ?, ?, ?, ?, ?, 8.

Запишите каждое значение в отдельную ячейку, соблюдая правило: каждые три подряд идущих кристалла в сумме дают 20.

Ответ: 8,7,5,8,7,5

Решение: Сумма энергии первого, второго и третьего кристаллов должна быть равна 20, и сумма энергии второго, третьего и четвертого кристаллов также должна быть равна 20. Следовательно, сила четвертого кристалла должна быть равна силе первого, то есть равна пяти. Аналогично сила седьмого кристалла также равна 5. Тогда сила шестого кристалла равна $20 - 8 - 5 = 7$, пятого: $20 - 5 - 7 = 8$, третьего — 7, второго — 8.

Задача №3.2

В магическом лесу растут восемь древних кристаллов, выстроенных в линию. Первый кристалл светится с силой 5 единиц, а последний — 8 единиц. Чтобы защитить лес от темных сил, необходимо активировать остальные кристаллы так, чтобы сумма энергии любых трех соседних кристаллов равнялась 22 единицам. С какой силой должен светиться каждый из скрытых (неактивированных) кристаллов.

Ряд кристаллов: 5, ?, ?, ?, ?, ?, ?, 8.

Запишите каждое значение в отдельную ячейку, соблюдая правило: каждые три подряд идущих кристалла в сумме дают 22.

Ответ: 8,9,5,8,9,5

Задача №3.3

В магическом лесу растут восемь древних кристаллов, выстроенных в линию. Первый кристалл светится с силой 7 единиц, а последний — 9 единиц. Чтобы защитить лес от темных сил, необходимо активировать остальные кристаллы так, чтобы сумма энергии любых трех соседних кристаллов равнялась 20 единицам. С какой силой должен светиться каждый из скрытых (неактивированных) кристаллов.

Ряд кристаллов: 7, ?, ?, ?, ?, ?, ?, 9.

Запишите каждое значение в отдельную ячейку, соблюдая правило: каждые три подряд идущих кристалла в сумме дают 20.

Ответ: 9,4,7,9,4,7

Задача №3.4

В магическом лесу растут восемь древних кристаллов, выстроенных в линию. Первый кристалл светится с силой 5 единиц, а последний — 8 единиц. Чтобы защитить лес от темных сил, необходимо активировать остальные кристаллы так, чтобы сумма энергии любых трех соседних кристаллов равнялась 18 единицам. С какой силой должен светиться каждый из скрытых (неактивированных) кристаллов.

Ряд кристаллов: 5, ?, ?, ?, ?, ?, ?, 8.

Запишите каждое значение в отдельную ячейку, соблюдая правило: каждые три подряд идущих кристалла в сумме дают 18.

Ответ: 8,5,5,8,5,5

Задача №4.1

В таинственной лаборатории изобрели "числовую амебу", которая пожирает числа по особому алгоритму. Исходно в пробирке находится число 61. Каждую минуту амеба поглощает число, перерабатывает его и выделяет новое: произведение цифр съеденного числа + 13. Например, через минуту после старта в пробирке окажется 19 ($6 \times 1 + 13$). Какое число будет в пробирке через час?

Ответ 16

Решение: Рассмотрим числа, которые будут записаны на доске, через несколько первых минут:

1) $6 \cdot 1 + 13 = 19$

2) $1 \cdot 9 + 13 = 22$

3) $2 \cdot 2 + 13 = 17$

4) $1 \cdot 7 + 13 = 20$

5) $2 \cdot 0 + 13 = 13$

6) $1 \cdot 3 + 13 = 16$

7) $1 \cdot 6 + 13 = 19$

После шестой минуты числа начинают повторяться. За 60 минут пройдет ровно 10 циклов по шесть минут. Значит, через час в пробирке будет число 16.

Задача №4.2

В таинственной лаборатории изобрели "числовую амебу", которая пожирает числа по особому алгоритму. Исходно в пробирке находится число 91. Каждую минуту амеба поглощает число, перерабатывает его и выделяет новое: произведение цифр съеденного числа + 13. Например, через минуту после старта в пробирке окажется 22 ($9 \times 1 + 13$). Какое число будет в пробирке через час?

Ответ 19

Задача №4.3

В таинственной лаборатории изобрели "числовую амебу", которая пожирает числа по особому алгоритму. Исходно в пробирке находится число 71. Каждую минуту амеба поглощает число, перерабатывает его и выделяет новое: произведение цифр съеденного числа + 13. Например, через минуту после старта в пробирке окажется 20 ($7 \times 1 + 13$). Какое число будет в пробирке через час?

Ответ 17

Задача №4.4

В таинственной лаборатории изобрели "числовую амебу", которая пожирает числа по особому алгоритму. Исходно в пробирке находится число 31. Каждую минуту амеба поглощает число, перерабатывает его и выделяет новое: произведение цифр съеденного числа + 13. Например, через минуту после старта в пробирке окажется 16 ($3 \times 1 + 13$). Какое число будет в пробирке через час?

Ответ 13

Задача №5.1

Художник Леонид подготовил серию картин для выставки: горные, лесные и морские пейзажи. Горных пейзажей было половина от всей коллекции, лесных — на 14 меньше, чем горных, а морских — в два раза меньше, чем горных и лесных вместе. Сколько горных пейзажей написал Леонид?

Ответ: 21

Решение: Так как горных пейзажей половина от всей коллекции, то лесных и морских столько же, сколько горных. При этом лесных на 14 меньше, чем горных, значит, эти 14 пейзажей – морские. Значит, горных и лесных вместе $14 \cdot 2 = 28$, тогда всего картин $28 + 14 = 42$. Из них горных $42:2 = 21$, а лесных – 7.

Задача №5.2

Художник Леонид подготовил серию картин для выставки: горные, лесные и морские пейзажи. Горных пейзажей было половина от всей коллекции, лесных — на 14 меньше, чем горных, а морских — в два раза меньше, чем горных и лесных вместе. Сколько лесных пейзажей написал Леонид?

Ответ: 7

Задача №5.3

Художник Леонид подготовил серию картин для выставки: горные, лесные и морские пейзажи. Горных пейзажей было половина от всей коллекции,

лесных — на 14 меньше, чем горных, а морских — в два раза меньше, чем горных и лесных вместе. Сколько всего пейзажей написал Леонид?

Ответ: 42

Задача №6.1

Садовник решил создать клумбу в форме прямоугольника, используя четыре одинаковые прямоугольные плитки с цветами. При укладке он расположил их так, что получилась одна большая клумба (см. рисунок). Во сколько раз длина этой клумбы больше её ширины? В ответе укажите только число.



Ответ: 2

Решение: По рисунку видно, что длинная сторона плитки равна двум коротким. Длина клумбы равна двум коротким и одной длинной сторонам плитки, то есть четырем коротким. Таким образом, длина клумбы в два раза больше ширины.

Задача №6.2.

Садовник решил создать клумбу в форме прямоугольника, используя пять одинаковых прямоугольных плиток с цветами. При укладке он расположил их так, что получилась одна большая клумба (см. рисунок). Известно, что короткая сторона клумбы равна 6 м. Найдите длину большей стороны. В ответе укажите только число.

Ответ: 10

Задача №7.1

Капитан Элара готовилась к ремонту космического корабля. Она соединила две одинаковые титановые прямоугольные пластины, наложив 10 см одной на другую в одну прямоугольную пластину, чтобы усилить корпус. Общая длина усиленного участка составила 50 см. Какой была длина каждой пластины до соединения? В ответе укажите число без единиц измерения.

Ответ: 30

Решение: длина каждой пластины без участка наложения равна $(50 - 10):2 = 20$. Тогда полная длина пластины равна $20 + 10 = 30$.

Задача №7.2

Капитан Элара готовилась к ремонту космического корабля. Она соединила две одинаковые титановые прямоугольные пластины, наложив 15 см одной на другую в одну прямоугольную пластину, чтобы усилить корпус. Общая длина усиленного участка составила 65 см. Какой была длина каждой пластины до соединения? В ответе укажите число без единиц измерения.

Ответ: 40

Задача №7.3

Капитан Элара готовилась к ремонту космического корабля. Она соединила две одинаковые титановые прямоугольные пластины, наложив 10 см одной на другую в одну прямоугольную пластину, чтобы усилить корпус. Общая длина усиленного участка составила 90 см. Какой была длина каждой пластины до соединения? В ответе укажите число без единиц измерения.

Ответ: 50

Задача №7.4

Капитан Элара готовилась к ремонту космического корабля. Она соединила две одинаковые титановые прямоугольные пластины, наложив 15 см одной на другую в одну прямоугольную пластину, чтобы усилить корпус. Общая длина усиленного участка составила 55 см. Какой была длина каждой пластины до соединения? В ответе укажите число без единиц измерения.

Ответ: 35

Задача №8.1.

На затерянной планете Зеркалия обитали 2025 существ: одни были Кристалликами, говорившими только правду, другие — Иллюзионистами, всегда лгавшими. Каждую звёздную ночь одно существо заявляло: *«Если я покину планету, число Кристалликов и Иллюзионистов сравняется»*, после чего улетало на корабле. Через 2025 ночей планета опустела. Сколько Кристалликов жило на Зеркалии изначально?

Ответ: 1013

Решение: рассмотрим последнего улетевшего. Он сказал правду, так как после него и Кристалликов, и Иллюзионистов стало равно 0. Значит, последний был Кристалликом. Предпоследний был Иллюзионистом, потому что после его отъезда на планете остался 1 Кристаллик и 0 Иллюзионистов. А перед его отъездом Кристалликов и Иллюзионистов было поровну – по одному. Значит, третье существо с конца было Кристалликом. Рассуждая аналогично, получаем, что первый улетевший был Кристалликом, затем Иллюзионист,

потом опять Кристаллик и так далее чередуясь. Значит, Кристалликов было 1013, а Иллюзионистов – 1012.

Задача №8.2.

На затерянной планете Зеркалия обитали 2025 существ: одни были Кристалликами, говорившими только правду, другие — Иллюзионистами, всегда лгавшими. Каждую звёздную ночь одно существо заявляло: *«Если я покину планету, число Кристалликов и Иллюзионистов сравняется»*, после чего улетало на корабле. Через 2025 ночей планета опустела. Сколько Иллюзионистов жило на Зеркалии изначально?

Ответ: 1012