

Разбор заданий городской олимпиады по математике для 6 класса

2021/22 учебный год

Критерии оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл за каждое задание

Задание № 1

Условие 1.1.

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 3×5 , разлинованный по клеткам 1×1 . На выжигание всего прямоугольника робот потратил 19 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 6×6 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

По мотивам задачи Всероссийской олимпиады школьников, 1 этап, 2019-2020 уч. год.

Ответ: 42

Решение.

Заметим, что клетчатый прямоугольник 3×5 состоит из четырёх горизонтальных линий длины 5 и шести вертикальных линий длины 3. Тогда длина всех линий равна $4 \cdot 5 + 6 \cdot 3 = 38$. Таким образом, за одну минуту робот выжигает $38 : 19 = 2$ линии. Квадрат 6×6 состоит из семи вертикальных и семи горизонтальных линий длины 6. Тогда общая длина линий равна $7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 = 84$. Значит, на выжигание линий роботу потребуется $84 : 2 = 42$ минуты.

Условие 1.2.

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 5×5 , разлинованный по клеткам 1×1 . На выжигание всего прямоугольника робот потратил 30 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 6×6 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

Ответ: 42

Условие 1.3.

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 3×5 , разлинованный по клеткам 1×1 .

На выжигание всего прямоугольника робот потратил 19 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 4×4 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

Ответ: 20

Условие 1.4.

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 3×9 , разлинованный по клеткам 1×1 . На выжигание всего прямоугольника робот потратил 33 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 6×6 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

Ответ: 42

Задание № 2

Условие 2.1.

Найдите значение выражения $2022-2020+2018-2016+\dots+6-4+2$

Фольклор

Ответ: 1012

Решение.

$$\begin{aligned}2022 - 2020 + 2018 - 2016 + \dots + 6 - 4 + 2 &= \\ &= (2022 - 2020) + (2018 - 2016) + \dots + (6 - 4) + 2 = \\ &= 2 + 2 + 2 + \dots + 2 + 2 = 506 \cdot 2 = 1012\end{aligned}$$

Условие 2.2.

Найдите значение выражения $2022-2019+2018-2015+2014-2011+\dots+6-3+2$

Ответ: 1517

Условие 2.3.

Найдите значение выражения $2023-2021+2019-2017+\dots+3-1$

Ответ: 1012

Задание № 3

Условие 3.1.

На олимпиаду по математике пришло 60 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 4 раза меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 7 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

По мотивам задачи кружка Малого мехмата МГУ, 1999-2000 уч. год.

Ответ: 20

Решение.

Так как шестиклассников вчетверо меньше пятиклассников, то общее количество детей делится на 5 (если было x шестиклассников, то пятиклассников пришло $4x$, вместе $4x + x = 5x$ — число, кратное пяти). Поскольку девочек в 7 раз больше, чем мальчиков, то общее количество детей делится на 8. Следовательно, количество детей делится на $5 \cdot 8 = 40$. Но среди шестидесяти первых чисел только число 40 делится на 40, значит, всего было 40 детей. Таким образом, родителей было $60 - 40 = 20$.

Условие 3.2.

На олимпиаду по математике пришло 55 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 4 раза меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 5 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

Ответ: 25

Условие 3.3.

На олимпиаду по математике пришло 60 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 5 раза меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 6 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

Ответ: 18

Условие 3.4.

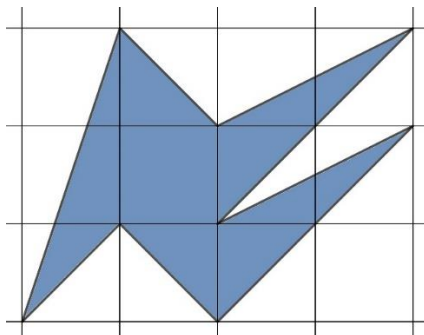
На олимпиаду по математике пришло 50 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 3 раза меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 8 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

Ответ: 14

Задание № 4

Условие:

Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.

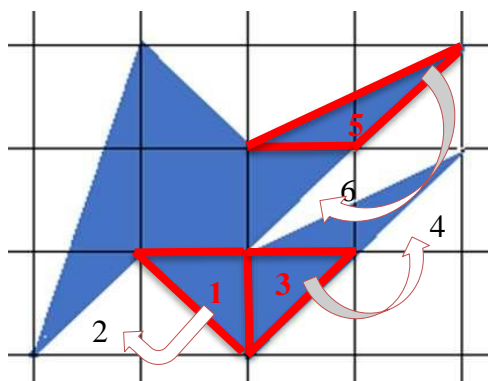


По мотивам задачи кружка Малого мехмата МГУ, 2013-2014 уч. год.

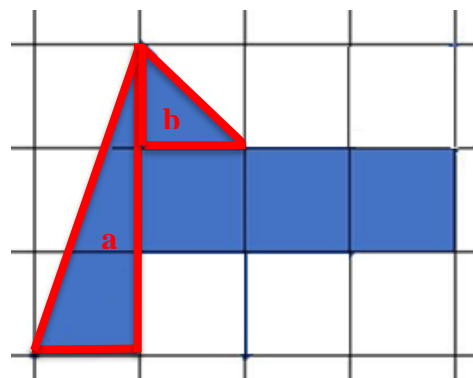
Ответ: 5

Решение.

Вырежем некоторые части фигуры и переложим их так, как показано на картинке: кусочек «1» – на место «2»; «3» – на четвертое место; «5» развернём и расположим на месте «6».

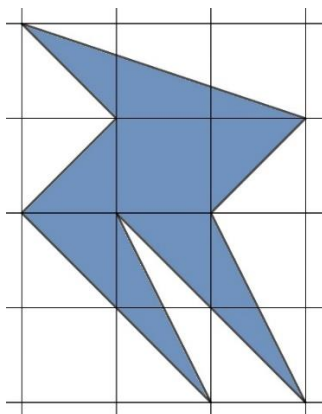


Получим следующую фигуру, по площади равную исходной. Теперь площадь кусочка, обозначенного «а», равна половине площади прямоугольника 1×3 , площадь кусочка «b» равна половине площади квадрата 1×1 , ещё есть три полных квадрата 1×1 . Поэтому площадь фигуры равна 5.



Условие 4.2.

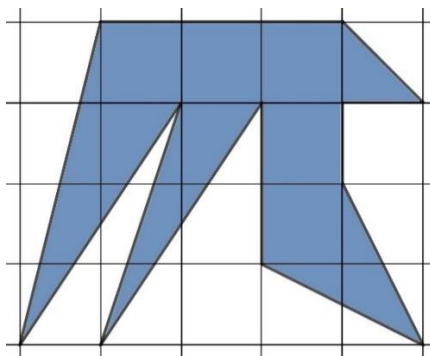
Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.



Ответ: 5

Условие 4.3.

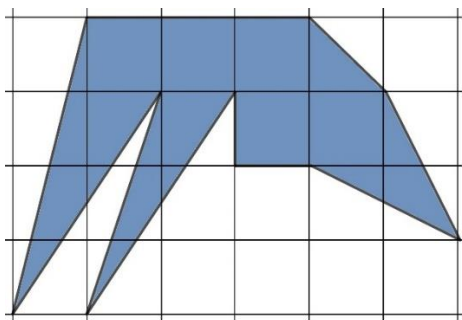
Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.



Ответ: 10

Условие 4.4.

Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.



Ответ: 10

Задание № 5

Условие 5.1.

Одна из пяти сестёр испекла маме торт.

- Маша сказала: «Это Таня или Оля».
- Таня сказала: «Это сделала не я и не Юля».
- Оля ответила: «Вы обе не правы».
- Соня сказала: «Не правда, только одна из них права, а вторая обманула».
- Юля сказала: «Нет, Соня, ты ошибаешься».

Мама знает, что трое из ее дочерей всегда говорят правду. Кто испёк торт?

По мотивам задачи №277 книги «Сказки и подсказки». Автор Козлова Е.Г.

Варианты ответов:

- Маша
- Таня
- Оля
- Соня
- Юля

Ответ:

- Оля

Решение.

Заметим, что если Оля сказала правду, то неправду сказали и Маша, и Таня, и Соня (которая сказала, что Оля не права), а по условию трое дочерей не врут. Значит, Оля сказала неправду, тогда Маша или Таня (возможно, обе) сказали правду. Если кто-то из них соврал, то Оля и Юля тоже соврали, что противоречит условию. Значит, и Маша, и Таня сказали правду. Откуда следует, что торт испекла Оля.

Условие 5.2.

Пять математиков собрались поучаствовать в конференции в другом городе и решили поехать все вместе на каком-то одном транспорте.

- Первый математик предложил: «Давайте поедem на поезде или самолёте».
- Второй ответил: «Поедем не на поезде и не на автомобиле».
- Третий сказал: «Давайте не будем ехать так, как вы оба предлагаете».
- Четвертый предложил: «Примем предложение только одного из первых двух».

- Пятый ответил четвертому: «Нет, я с тобой не согласен».

В итоге они пришли к соглашению, но оказалось, что ровно 2 из первоначальных предложений не были приняты. Как математики решили ехать на конференцию?

Варианты ответов:

- На самолёте
- На поезде
- На автомобиле
- Нет верного ответа

Ответ:

- На самолёте

Задание № 6

Условие 6.1.

Дрессировщик кошек Володя хотел, чтобы после выступления на сцене все его подопечные построились в ряды. Сначала Володя построил кошек в 4 ряда, при этом кошка Маруся осталась лишней. Тогда он построил в 5 рядов, и снова Маруся осталась лишней. Когда же кошке Марусе не нашлось места и в 6 рядах, дрессировщик решил, что она не будет в этот раз выступать. Кошка Маруся загрустила. Немного подумав, Володя решил, что если выстроить кошек в 7 рядов, то никого лишнего не останется. Какое наименьшее количество подопечных могло быть у дрессировщика?

Фольклор

Ответ: 301

Решение.

Заметим, что без Маруси количество кошек делится на 4, 5 и 6, значит делится на $4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$. Тогда общее число кошек, вместе с Марусей, может быть равно 61, 121, 181, 241, 301, 361 и так далее. Из них наименьшее число, кратное семи, равно 301.

Условие 6.2.

Дрессировщик кошек Володя хотел, чтобы после выступления на сцене все его подопечные построились в ряды. Сначала Володя построил кошек в 4 ряда, при этом кошка Маруся осталась лишней. Тогда он построил в 5 рядов, и снова Маруся осталась лишней. Когда же кошке Марусе не нашлось места и в 6 рядах, дрессировщик решил, что она не будет в этот раз выступать. Кошка Маруся загрустила. Немного подумав, Володя решил, что если выстроить кошек в 19 рядов, то никого лишнего не останется. Какое наименьшее количество подопечных могло быть у дрессировщика?

Ответ: 361

Условие 6.3.

Дрессировщик кошек Володя хотел, чтобы после выступления на сцене все его подопечные построились в ряды. Сначала Володя построил кошек в 4 ряда, при этом кошка Маруся осталась лишней. Тогда он построил в 5 рядов, и снова Маруся осталась лишней. Когда же кошке Марусе не нашлось места и в 6 рядах, дрессировщик решил, что она не будет в этот раз выступать. Кошка Маруся загрустила. Немного подумав, Володя

решил, что если выстроить кошек в 13 рядов, то никого лишнего не останется. Какое наименьшее количество подопечных могло быть у дрессировщика?

Ответ: 481

Задание № 7

Условие:

На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Когда на площади собралось 200 аборигенов, путешественник решил узнать, сколько среди них рыцарей и сколько лжецов. Он задавал всем пришедшим один и тот же вопрос:

- «Кого здесь больше, не считая вас самих: рыцарей или лжецов?»

После того, как все 200 ответили ему «лжецов», путешественник прекратил опрос. Сколько рыцарей собралось на площади?

По мотивам задачи книги «Логические задачи». Авторы Раскина И.В., Шноль Д.Э.

Ответ: 100

Решение.

Если бы рыцарей было больше, чем лжецов, тогда ни один рыцарь не смог бы сказать, что лжецов больше. Если бы рыцарей было меньше, то ни один лжец не сказал бы, что лжецов больше (так как это была бы правда). Значит, рыцарей не больше и не меньше числа лжецов, то есть ровно столько же. Заметим, что такой случай удовлетворяет условию задачи. Таким образом, рыцарей и лжецов по 100 человек.

Условие 7.2.

На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Когда на площади собралось 300 аборигенов, путешественник решил узнать, сколько среди них рыцарей и сколько лжецов. Он задавал всем пришедшим один и тот же вопрос:

- «Кого здесь больше, не считая вас самих: рыцарей или лжецов?»

После того, как все 300 ответили ему «лжецов», путешественник прекратил опрос. Сколько лжецов собралось на площади?

Ответ: 150

Условие 7.3.

На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Когда на площади собралось 400 аборигенов, путешественник решил узнать, сколько среди них рыцарей и сколько лжецов. Он задавал всем пришедшим один и тот же вопрос:

- «Кого здесь больше, не считая вас самих: рыцарей или лжецов?»

После того, как все 400 ответили ему «лжецов», путешественник прекратил опрос. Сколько лжецов собралось на площади?

Ответ: 200

Условие 7.4.

На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Когда на площади собралось 500 аборигенов, путешественник решил узнать, сколько среди них рыцарей и сколько лжецов. Он задавал всем пришедшим один и тот же вопрос:

- «Кого здесь больше, не считая вас самих: рыцарей или лжецов?»

После того, как все 500 ответили ему «лжецов», путешественник прекратил опрос. Сколько рыцарей собралось на площади?

Ответ: 250

Задание № 8

Условие:

Однажды Илья сказал Кате: «Я загадал такие три числа, что их произведение равно 72, а сумма — твоему возрасту. Угадай, что за числа я загадал?».

Катя, подумав немного, ответила: «Я не могу угадать наверняка!».

Тогда Илья добавил: «Одно из этих чисел больше двух других».

И Катя тут же назвала все три числа. Сколько лет Кате?

По мотивам задачи Новосибирской региональной открытой устной олимпиады школьников, 2017 г.

Ответ: 14

Решение.

Так как Катя знает свой возраст, но не смогла сразу угадать три числа Ильи, значит, существуют несколько троек чисел с одинаковой суммой. Из всех разложений 72 на три сомножителя только две тройки имеют одинаковую сумму сомножителей: 3, 3, 8 и 2, 6, 6. Вторая тройка не подходит, так как ни 2, ни 6 не больше двух других. Значит, загаданы числа 3, 3 и 8 и возраст Кати равен $3 + 3 + 8 = 14$ лет.

Условие 8.2.

Однажды Илья сказал Кате: «Я загадал такие три числа, что их произведение равно 72, а сумма — твоему возрасту. Угадай, что за числа я загадал?».

Катя, подумав немного, ответила: «Я не могу угадать наверняка!».

Тогда Илья добавил: «Одно из этих чисел больше двух других».

И Катя тут же назвала все три числа. Укажите наибольшее из загаданных чисел.

Ответ: 8

Условие 8.3.

Однажды Илья сказал Кате: «Я загадал такие три числа, что их произведение равно 72, а сумма — твоему возрасту. Угадай, что за числа я загадал?».

Катя, подумав немного, ответила: «Я не могу угадать наверняка!».

Тогда Илья добавил: «Одно из этих чисел меньше двух других».

И Катя тут же назвала все три числа. Укажите наименьшее из загаданных чисел.

Ответ: 2