

Разбор заданий городской олимпиады по математике для 5 класса

2021/22 учебный год

Критерии оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл за каждое задание

Задание № 1

Условие 1.1.

На одну чашу весов продавец положил 10 одинаковых яблок, а на другую — 6 одинаковых груш. Он точно знает, что если добавить одну такую же грушу к яблокам, то весы будут уравновешены. Сколько яблок уравнесило одну грушу?

По мотивам задачи Всероссийской олимпиады школьников, 1 этап, 2018-2019 уч. год.

Ответ: 2

Решение.

Из условия следует, что 10 яблок и 1 груша весят столько же, сколько и 6 груш. Тогда, если убрать с обеих чаш весов по одной груше, то равенство сохранится. То есть 10 яблок весят столько же, сколько и 5 груш. Это означает, что одну грушу уравновесят 2 яблока.

Условие 1.2.

На одну чашу весов продавец положил 12 одинаковых яблок, а на другую — 7 одинаковых груш. Он точно знает, что если добавить одну такую же грушу к яблокам, то весы будут уравновешены. Сколько яблок уравнесило одну грушу?

Ответ: 2

Условие 1.3.

На одну чашу весов продавец положил 12 одинаковых яблок, а на другую — 5 одинаковых груш. Он точно знает, что если добавить одну такую же грушу к яблокам, то весы будут уравновешены. Сколько яблок уравнесило одну грушу?

Ответ: 3

Условие 1.4.

На одну чашу весов продавец положил 22 одинаковых яблок, а на другую — 3 одинаковых груши. Он точно знает, что если добавить одну такую же грушу к яблокам, то весы будут уравновешены. Сколько яблок уравнесило одну грушу?

Ответ: 11

Задание № 2

Условие:

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 3×5 , разлинованный по клеткам 1×1 . На выжигание всего прямоугольника робот потратил 19 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 6×6 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

По мотивам задачи Всероссийской олимпиады школьников, 1 этап, 2019-2020 уч. год.

Ответ: 42

Решение.

Заметим, что клетчатый прямоугольник 3×5 состоит из четырёх горизонтальных линий длины 5 и шести вертикальных линий длины 3. Тогда длина всех линий равна $4 \cdot 5 + 6 \cdot 3 = 38$. Таким образом, за одну минуту робот выжигает $38 : 19 = 2$ линии. Квадрат 6×6 состоит из семи вертикальных и семи горизонтальных линий длины 6. Тогда общая длина линий равна $7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 = 84$. Значит, на выжигание линий роботу потребуется $84 : 2 = 42$ минуты.

Условие 2.2.

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 5×5 , разлинованный по клеткам 1×1 . На выжигание всего прямоугольника робот потратил 30 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 6×6 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

Ответ: 42

Условие 2.3.

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 3×5 , разлинованный по клеткам 1×1 . На выжигание всего прямоугольника робот потратил 19 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 4×4 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

Ответ: 20

Условие 2.4.

На занятии по робототехнике ребята создали модель, которая выжигает линии на дощечке. Петя нанёс на дощечку прямоугольник 3×9 , разлинованный по клеткам 1×1 . На выжигание всего прямоугольника робот потратил 33 минут. Сколько минут потребуется, чтобы выжечь все линии разлинованного по клеткам квадрата 6×6 ? Скорость выжигания линий считать постоянной.

Ответ: 42

Задание № 3

Условие 3.1.

На линейке пятеро пятиклассников построились в ряд с шариками в руках. Всего было 42 шарика. У всех детей, стоящих слева от Вани, в сумме было 16 шариков, слева от Маши – 9, слева от Саши – 36, слева от Толи – 23. Сколько шариков у Алёны?

По мотивам задачи №278 книги «Сказки и подсказки». Автор Козлова Е.Г.

Ответ: 9

Решение.

Слева от Маши кто-то стоит, иначе слева от неё не было бы шариков. Заметим, что Ваня, Саша и Толя стоят правее Маши, иначе слева от них было бы не больше девяти шариков. Значит, слева от Маши стоит Алёна и держит 9 шариков.

Условие 3.2.

На линейке пятеро пятиклассников построились в ряд с шариками в руках. Всего было 42 шарика. У всех детей, стоящих слева от Вани, в сумме было 17 шариков, слева от Маши – 8, слева от Саши – 37, слева от Толи – 25. Сколько шариков у Алёны?

Ответ: 8

Условие 3.3.

На линейке пятеро пятиклассников построились в ряд с шариками в руках. Всего было 42 шарика. У всех детей, стоящих слева от Вани, в сумме было 16 шариков, слева от Маши – 8, слева от Саши – 35, слева от Толи – 23. Сколько шариков у Алёны?

Ответ: 8

Условие 3.4.

На линейке пятеро пятиклассников построились в ряд с шариками в руках. Всего было 42 шарика. У всех детей, стоящих слева от Вани, в сумме было 14 шариков, слева от Маши – 7, слева от Саши – 35, слева от Толи – 23. Сколько шариков у Алёны?

Ответ: 7

Задание № 4

Условие:

Семья ежат собирает грибы. Папа-ёж собрал 26 подберёзовиков, а мама-ежиха собрала 17 белых грибов. Известно, что всего подберёзовиков было собрано столько, сколько нашли грибов вместе сын-ежонок и мама-ежиха. Сколько белых грибов собрал сын-ежонок?



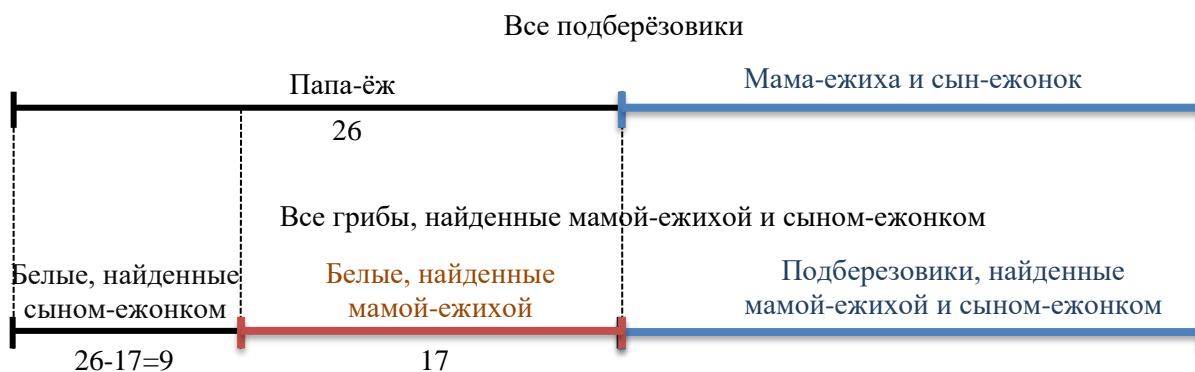
По мотивам задачи математического Турнира Мёбиуса, 2018 г.

Ответ: 9

Решение.

Пусть $M_{\text{п}}$ подберёзовиков нашла мама-ежиха, $C_{\text{п}}$ подберёзовиков нашёл сын-ежонок, $C_{\text{б}}$ белых грибов нашёл сын-ежонок. Тогда всего подберёзовиков нашли $26 + M_{\text{п}} + C_{\text{п}}$, что по условию равно общему количеству грибов, найденных сыном-ежонок и мамой-ежихой. Таким образом, $26 + M_{\text{п}} + C_{\text{п}} = M_{\text{п}} + C_{\text{п}} + C_{\text{б}} + 17$, откуда $C_{\text{б}} = 26 - 17 = 9$.

Удобно проиллюстрировать решение на схеме:



Условие 4.2.

Семья ежат собирает грибы. Папа-ёж собрал 24 подберёзовиков, а мама-ежиха собрала 18 белых грибов. Известно, что всего подберёзовиков было собрано столько, сколько нашли грибов вместе сын-ежонок и мама-ежиха. Сколько белых грибов собрал сын-ежонок?

Ответ: 6

Условие 4.3.

Семья ежат собирает грибы. Папа-ёж собрал 27 подберёзовиков, а мама-ежиха собрала 19 белых грибов. Известно, что всего подберёзовиков было собрано столько, сколько нашли грибов вместе сын-ежонок и мама-ежиха. Сколько белых грибов собрал сын-ежонок?

Ответ: 8

Условие 4.4.

Семья ежат собирает грибы. Папа-ёж собрал 28 подберёзовиков, а мама-ежиха собрала 15 белых грибов. Известно, что всего подберёзовиков было собрано столько, сколько нашли грибов вместе сын-ежонок и мама-ежиха. Сколько белых грибов собрал сын-ежонок?

Ответ: 13

Задание № 5

Условие 5.1.

На олимпиаду по математике пришло 60 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 4 раза меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 7 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

По мотивам задачи кружка Малого мехмата МГУ, 1999-2000 уч. год.

Ответ: 20

Решение.

Так как шестиклассников вчетверо меньше пятиклассников, то общее количество детей делится на 5 (если было x шестиклассников, то пятиклассников пришло $4x$, вместе $4x + x = 5x$ — число, кратное пяти). Поскольку девочек в 7 раз больше, чем мальчиков, то общее количество детей делится на 8. Следовательно, количество детей делится на $5 \cdot 8 = 40$. Но среди шестидесяти первых чисел только число 40 делится на 40, значит, всего было 40 детей. Таким образом, родителей было $60 - 40 = 20$.

Условие 5.2.

На олимпиаду по математике пришло 55 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 4 раза меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 5 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

Ответ: 25

Условие 5.3.

На олимпиаду по математике пришло 60 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 5 раз меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 6 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

Ответ: 18

Условие 5.4.

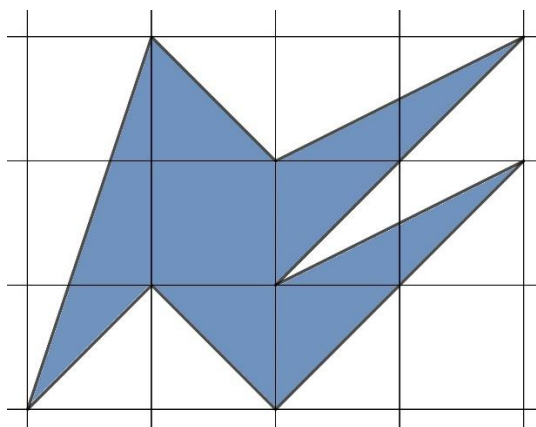
На олимпиаду по математике пришло 50 человек: пятиклассники, шестиклассники, и, возможно, родители. Общее количество шестиклассников в 3 раза меньше числа пятиклассников. Общее число девочек в 8 раз больше общего числа мальчиков. Сколько пришло родителей?

Ответ: 14

Задание № 6

Условие:

Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.

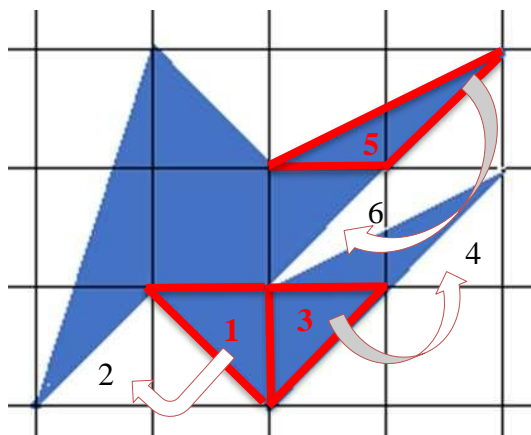


По мотивам задачи кружка Малого мехмата МГУ, 2013-2014 уч. год.

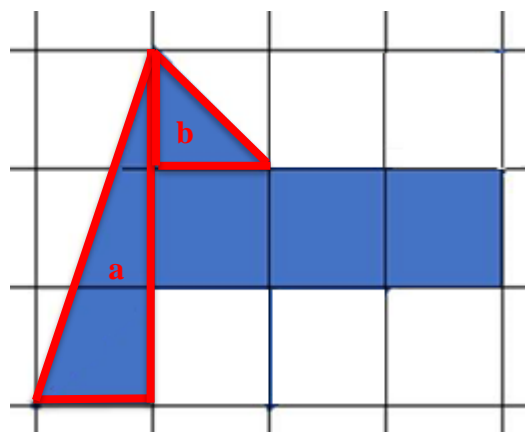
Ответ: 5

Решение.

Вырежем некоторые части фигуры и переложим их так, как показано на картинке: кусочек «1» – на место «2»; «3» – на четвертое место; «5» развернём и расположим на месте «6».

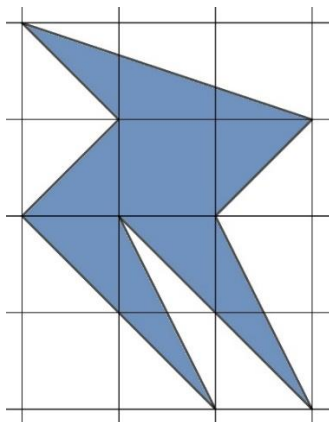


Получим следующую фигуру, по площади равную исходной. Теперь площадь кусочка, обозначенного «а», равна половине площади прямоугольника 1×3 , площадь кусочка «b» равна половине площади квадрата 1×1 , ещё есть три полных квадрата 1×1 . Поэтому площадь фигуры равна 5.



Условие 6.2.

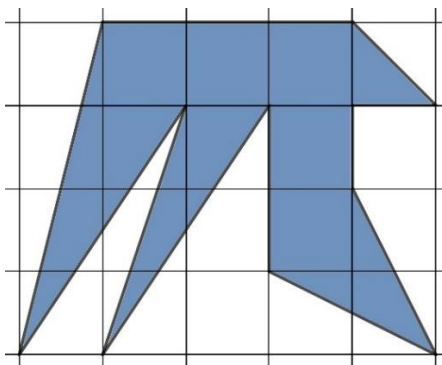
Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.



Ответ: 5

Условие 6.3.

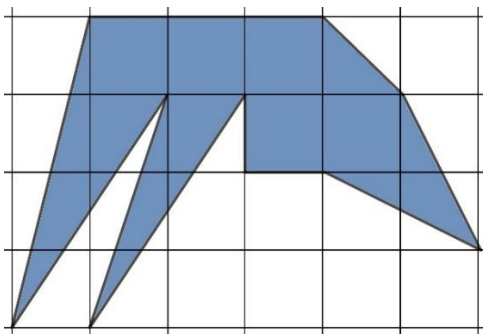
Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.



Ответ: 10

Условие 6.4.

Найдите площадь данной фигуры. В ответ запишите количество клеток.



Ответ: 10

Задание № 7

Условие 7.1.

В перерыве футбольного матча 20 болельщиков обеих команд встали в очередь в буфет. Оказалось, что болельщики в красных и синих футболках чередуются (известно, что первым стоит болельщик в красной футболке, за ним - в синей). Любой болельщик в красном, за которым в очереди стоит болельщик в синем, может поменяться с ним местами. Через некоторое время оказалось, что все болельщики в синем стоят в начале очереди, а все болельщики в красном – в конце. Сколько обменов было совершено?

По мотивам задачи Всероссийской олимпиады школьников, 1 этап, 2019-2020 уч. год.

Ответ: 55

Решение.

Все болельщики в синих футболках должны переместиться вперёд. Каждый обмен позволяет переместиться болельщику в красном на одну позицию. Первому болельщику в красном, чтобы занять первое место в очереди, нужно сместиться на одну позицию. Второму болельщику в красном, чтобы занять второе место в очереди, нужно переместиться на две позиции. Третьему – на три. И так далее. Последний болельщик в красном делает 10 перестановок. Таким образом, всего было сделано $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ обменов.

Условие 7.2.

В перерыве футбольного матча 24 болельщиков обеих команд встали в очередь в буфет. Оказалось, что болельщики в красных и синих футболках чередуются (известно, что первым стоит болельщик в красной футболке, за ним - в синей). Любой болельщик в красном, за которым в очереди стоит болельщик в синем, может поменяться с ним местами. Через некоторое время оказалось, что все болельщики в синем стоят в начале очереди, а все болельщики в красном – в конце. Сколько обменов было совершено?

Ответ: 78

Условие 7.3.

В перерыве футбольного матча 18 болельщиков обеих команд встали в очередь в буфет. Оказалось, что болельщики в красных и синих футболках чередуются (известно, что первым стоит болельщик в красной футболке, за ним - в синей). Любой болельщик в

красном, за которым в очереди стоит болельщик в синем, может поменяться с ним местами. Через некоторое время оказалось, что все болельщики в синем стоят в начале очереди, а все болельщики в красном – в конце. Сколько обменов было совершено?

Ответ: 45

Условие 7.4.

В перерыве футбольного матча 22 болельщиков обеих команд встали в очередь в буфет. Оказалось, что болельщики в красных и синих футболках чередуются (известно, что первым стоит болельщик в красной футболке, за ним - в синей). Любой болельщик в красном, за которым в очереди стоит болельщик в синем, может поменяться с ним местами. Через некоторое время оказалось, что все болельщики в синем стоят в начале очереди, а все болельщики в красном – в конце. Сколько обменов было совершено?

Ответ: 66

Задание № 8

Условие 8.1.

Одна из пяти сестёр испекла маме торт.

- Маша сказала: “Это Таня или Оля”.
- Таня сказала: «Это сделала не я и не Юля».
- Оля ответила: «Вы обе не правы».
- Соня сказала: «Не правда, только одна из них права, а вторая обманула».
- Юля сказала: «Нет, Соня, ты ошибаешься».

Мама знает, что трое из ее дочерей всегда говорят правду. Кто испёк торт?

По мотивам задачи №277 книги «Сказки и подсказки». Автор Козлова Е.Г.

Варианты ответов:

- Маша
- Таня
- Оля
- Соня
- Юля

Ответ:

- Оля

Решение.

Заметим, что если Оля сказала правду, то неправду сказали и Маша, и Таня, и Соня (которая сказала, что Оля не права), а по условию трое дочерей не врут. Значит, Оля сказала неправду, тогда Маша или Таня (возможно, обе) сказали правду. Если кто-то из них соврал, то Оля и Юля тоже соврали, что противоречит условию. Значит, и Маша, и Таня сказали правду. Откуда следует, что торт испекла Оля.

Условие 8.2.

Пять математиков собрались поучаствовать в конференции в другом городе и решили поехать все вместе на каком-то одном транспорте.

- Первый математик предложил: “Давайте поедем на поезде или самолёте”.
- Второй ответил: «Поедем не на поезде и не на автомобиле».
- Третий сказал: «Давайте не будем ехать так, как вы оба предлагаете”.
- Четвертый предложил: «Примем предложение только одного из первых двух».

- Пятый ответил четвертому: «Нет, я с тобой не согласен».

В итоге они пришли к соглашению, но оказалось, что ровно 2 из первоначальных предложений не были приняты. Как математики решили ехать на конференцию?

Ответ:

- На самолёте